

311. Нека S е множество от факти и правила, N е множество от цели и $S \cup N$ е булево неизпълнимо. Да се докаже, че съществуват крайно подмножество S_0 на S и цел G от N , за които $S_0 \cup \{G\}$ е неизпълнимо.

312. Нека $\exists x_1 \dots \exists x_n \varphi$ е затворена формула, като φ е безкванторна формула от предикатен език без формално равенство, съдържащ поне една индивидуална константа. Да се докаже, че ако $\models \exists x_1 \dots \exists x_n \varphi$, то съществуват субституции ξ_1, \dots, ξ_k , за които $\varphi \xi_1 \vee \dots \vee \varphi \xi_k$ е булева тавтология.

211. Нека E е множество от термове, а ξ_1 и ξ_2 са най-общи унификатори за E . Да се докаже, че съществуват субституции σ_1 и σ_2 , такива че $E \xi_1 \sigma_1 = E \xi_2$, $E \xi_2 \sigma_2 = E \xi_1$ и σ_1, σ_2 са преименуващи съответно за $E \xi_1$ и $E \xi_2$.

212. Нека Δ е множество от затворени безкванторни формули от предикатен език без равенство. Да се докаже, че ако Δ е булево изпълнимо, то има ербранова структура, която е модел за Δ .

213. Кога казваме, че формулата $\exists y \varphi_x[y]$ е *вариант* на $\exists x \varphi$? Да се докаже, че ако $\exists y \varphi_x[y]$ е вариант на $\exists x \varphi$, то $\models \exists x \varphi \Rightarrow \exists y \varphi_x[y]$.

211. Нека E е множество от термове, а ξ_1 и ξ_2 са най-общи унификатори за E . Да се докаже, че съществуват субституции σ_1 и σ_2 , такива че $E \xi_1 \sigma_1 = E \xi_2$, $E \xi_2 \sigma_2 = E \xi_1$ и σ_1, σ_2 са преименуващи съответно за $E \xi_1$ и $E \xi_2$.

212. Нека Δ е множество от затворени безкванторни формули от предикатен език без равенство. Да се докаже, че ако Δ е булево изпълнимо, то има ербранова структура, която е модел за Δ .

213. Кога казваме, че формулата $\exists y \varphi_x[y]$ е *вариант* на $\exists x \varphi$? Да се докаже, че ако $\exists y \varphi_x[y]$ е вариант на $\exists x \varphi$, то $\models \exists x \varphi \Rightarrow \exists y \varphi_x[y]$.

411. Нека S е изпълнимо множество от съждителни хорнови дизюнкти. Докажете, че съществува такава булева интерпретация I , че I е модел за S и всеки път когато J е модел за S , за никоя съждителна променлива P не са изпълнени едновременно $I(P) = \mathbf{И}$ и $J(P) = \mathbf{Л}$.

412. Нека \mathcal{L} е език на предикатното смятане без формално равенство и без функционални символи, имащ краен брой индивидуални константи и предикатни символи. Да се опише алгоритъм, който по дадена затворена формула от \mathcal{L} , имаща вида $\forall x_1 \forall x_2 \exists y_1 \exists y_2 \varphi$, където φ е безкванторна, разпознава дали тя е предикатна тавтология.

111. Нека τ_1 и τ_2 са термове, а σ_1 и σ_2 са субституции. Да се докаже, че ако $\tau_1 \sigma_1 = \tau_2$ и $\tau_2 \sigma_2 = \tau_1$, то σ_1 е преименуваща за τ_1 и σ_2 е преименуваща за τ_2 .

112. Дефинирайте понятието *свободна ербранова структура*. Нека \mathcal{H} е свободна ербранова структура и v е оценка на индивидуалните променливи в нея. Да се докаже, че за всеки терм τ е в сила равенството $\|\tau\|^{\mathcal{H}}[v] = \tau \xi$, където $\xi = \{x_1/v(x_1), \dots, x_n/v(x_n)\}$ и x_1, \dots, x_n са всички променливи x на τ , за които $v(x) \neq x$.

113. Кога замяната на свободните участия на индивидуалната променлива x в предикатната формула φ с терма τ е допустима? Да се докаже, че $\models \forall x \varphi \Rightarrow \varphi_x[\tau]$.